Classe : ING 2

Durée 4 heures

TRAVAUX PRATIQUES D'AUTOMATIQUE

COMMANDE ANALOGIQUE DES SYSTEMES LINEAIRES

Etude des systèmes du 1er et du 2ième ordre

La durée de ce TP est évaluée à 4 heures de manipulation en salle machine. Evidemment ce temps n'inclut pas la préparation du TP qui permet notamment de répondre aux questions relevant de la théorie et de concevoir un plan de travail. Il convient de prévoir 3 à 4 heures de travail personnel pour préparer efficacement le travail demandé.

1. PROPRIETES DES SYSTEMES DU PREMIER ORDRE

Soit la fonction de transfert du premier ordre :

$$F(p) = \frac{K}{1+Tp} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} K = \text{gain statique} \\ T = \text{constante de temps} \end{cases}$$

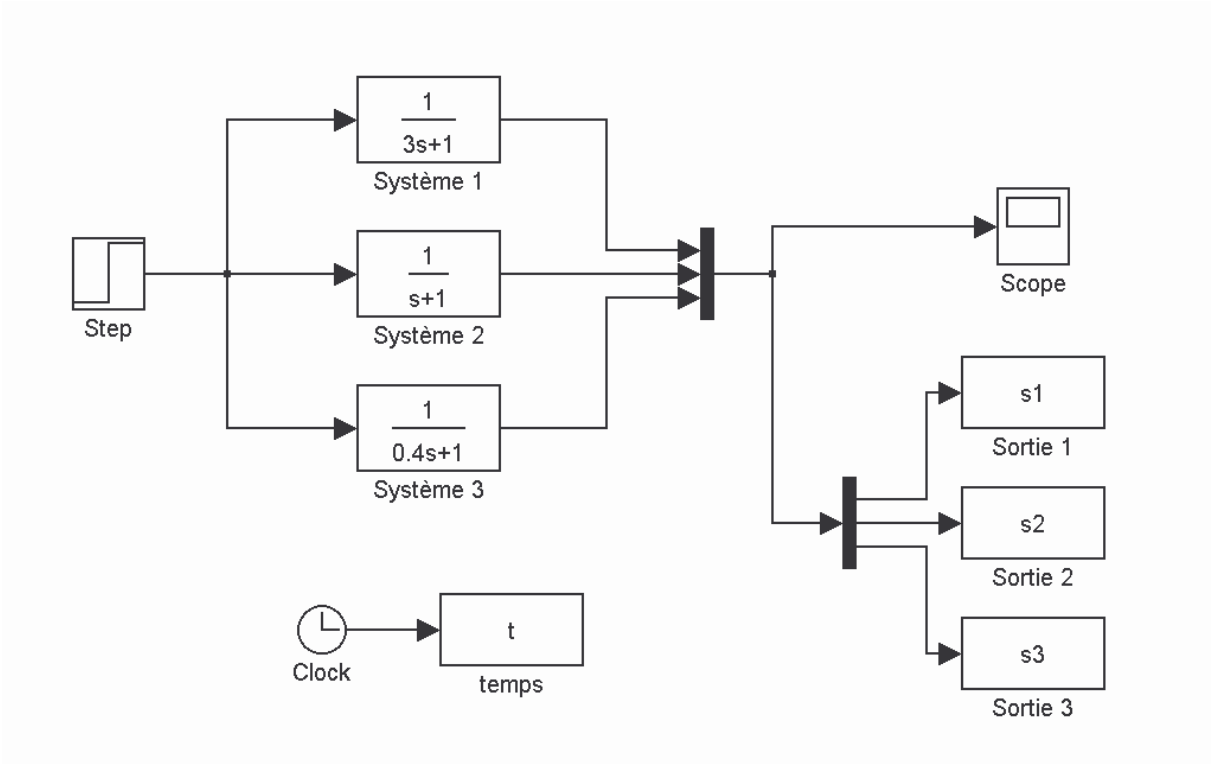
L'analyse temporelle du système dynamique est fondée sur l'observation des modifications apportées par le système à un signal test imposé en entrée. Les « déformations » de ce signal par la fonction de transfert apparaissent sur le signal de sortie $s(t)$. Elles caractérisent les propriétés du système étudié.

- Le signal test étant un échelon unité $u(t)$, calculer la transformée de LAPLACE $S(p) = \mathcal{L}[s(t)]$ du signal obtenu en sortie du système. En déduire $s(t)$.

1.1. SYSTEME EN BOUCLE OUVERTE - INFLUENCE DE LA CONSTANTE DE TEMPS *T*.

On adopte $K = 1$.

- Simuler 3 modules du 1er ordre admettant une constante de temps $T = 3s$, $1s$ et $0{,}4s$.

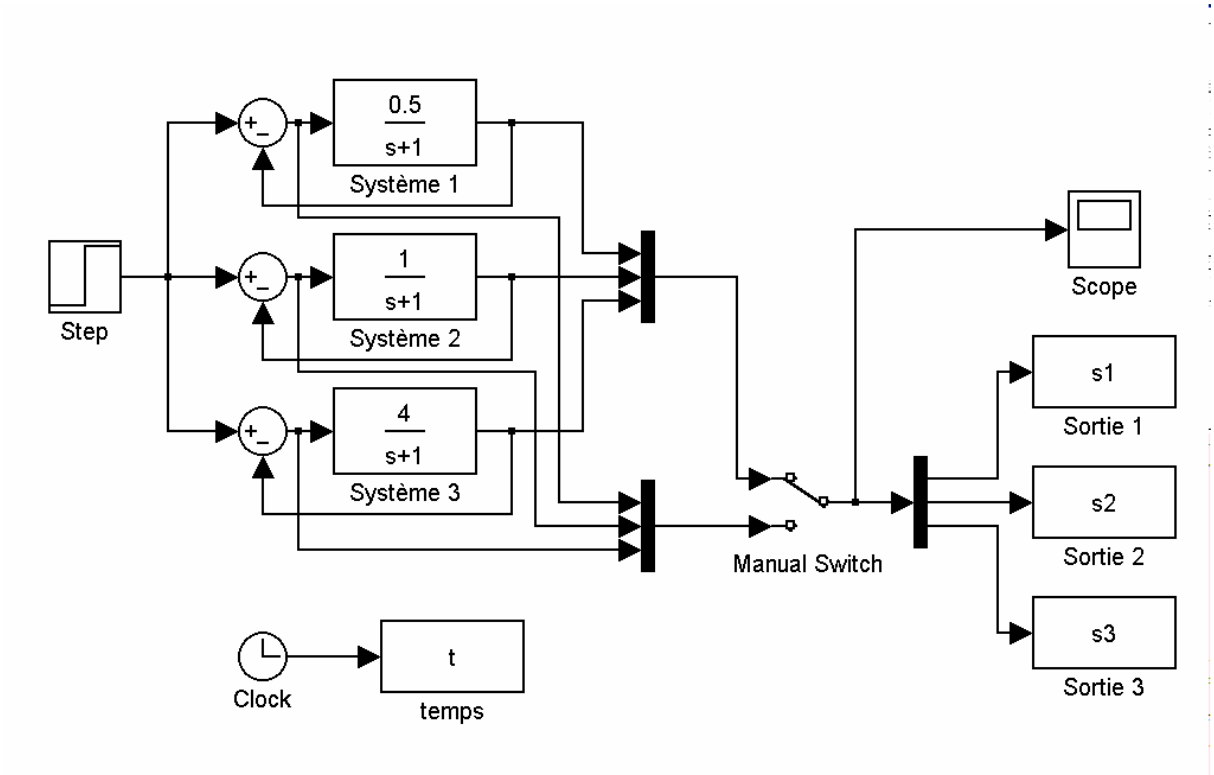


- Enregistrer la sortie lorsque l'entrée est un échelon unité.
- Retrouver sur ces courbes les valeurs de la constante de temps *T*.
- Déterminer $t_{r5\%}$ le temps de réponse à 5%.
- En déduire une relation simple entre *T* et $t_{r5\%}$.

1.2. SYSTEME EN BOUCLE FERMEE - INFLUENCE DU GAIN STATIQUE *K*.

Le paramètre variable étant *K*, on adopte *T* = 1s et l'on boucle le système du premier ordre par un retour unitaire.

- Calculer la *FTBF*.
- Calculer l'erreur $\varepsilon(p)$ et en déduire $\varepsilon_P(\infty) = \lim_{t\to\infty} \varepsilon_P(t)$.
- Simuler 3 modules du 1er ordre bouclés par un retour unitaire et admettant respectivement un gain statique *K* = 0.5, 1 et 4.



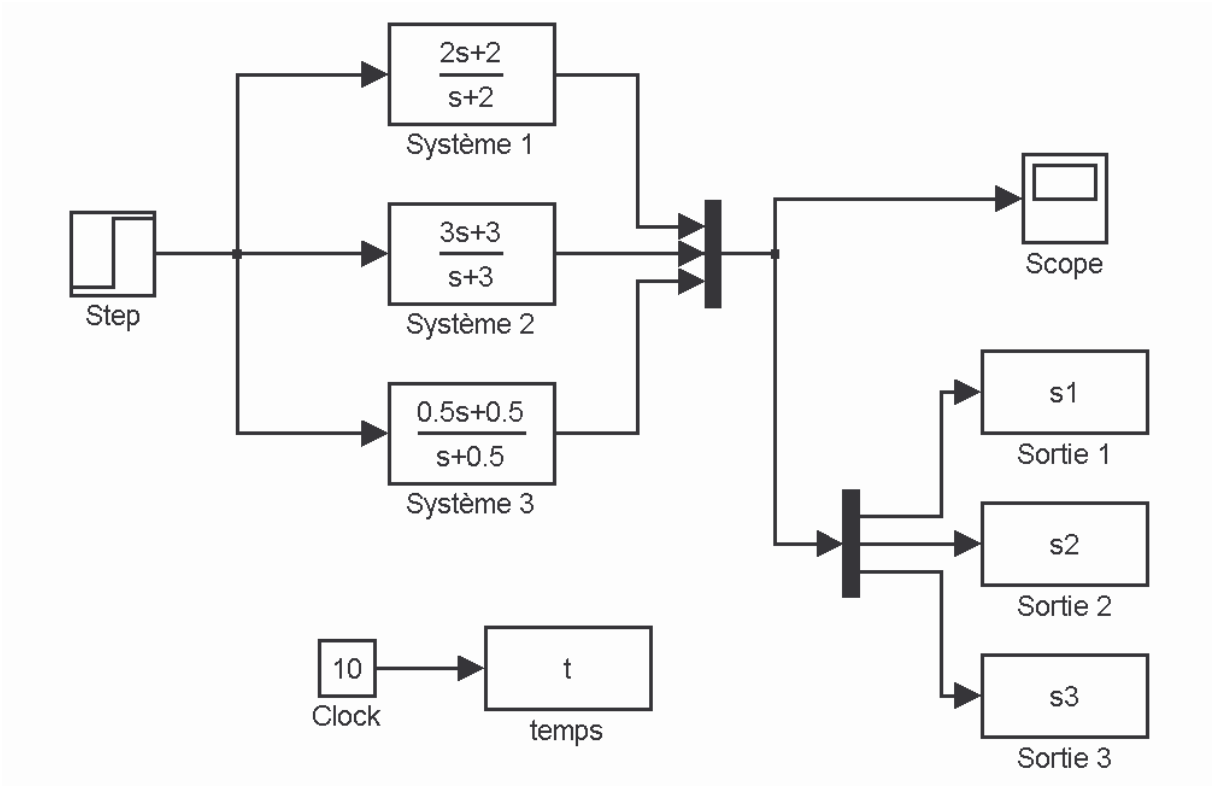
- Relever les réponses indicielle et de l'erreur $\varepsilon_P(t)$ de chaque système bouclé.
- Mesurer l'erreur de position $\varepsilon_P(\infty)$ et retrouver les différentes valeurs de *K* à partir de ces mesures.
- Mesurer la constante de temps de la *FTBF* et vérifier l'effet de *K* sur cette valeur.
- Interpréter physiquement les propriétés du gain statique en termes de performances des systèmes asservis.

2. RESEAUX CORRECTEURS A AVANCE ET RETARD DE PHASE

On considère la fonction de transfert $C(p) = \dfrac{ap+b}{cp+d}$

– Réaliser le schéma de simulation de 3 correcteurs correspondant aux cas suivants :

	a	*b*	*c*	*d*
Cas n°1	2	2	1	2
Cas n°2	3	3	1	3
Cas n°3	0.5	0.5	1	0.5



– Ecrire les fonctions de transfert sous la forme de BODE et de EVANS.
– Tracer la carte des pôles et des zéros des fonctions de transfert.
– Commenter l'effet du zéro vis à vis du pôle.
– Expliquer cet effet en termes d'analyse fréquentielle (Tracer le diagramme de BODE simplifié).
– Indiquer le mode d'emploi de ces réseaux correcteurs.

3. PROPRIETES DES SYSTEMES DU SECOND ORDRE.

Soit la fonction de transfert du second ordre :

$$F(p)=\frac{K\omega_n^2}{p^2+2\zeta\omega_n p+\omega_n^2}=\frac{K}{\frac{p^2}{\omega_n^2}+\frac{2\zeta}{\omega_n}p+1} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} K = \text{gain statique} \\ \omega_n = \text{pulsation propre non amortie} \\ \zeta = \text{coefficient d'amortissement} \end{cases}$$

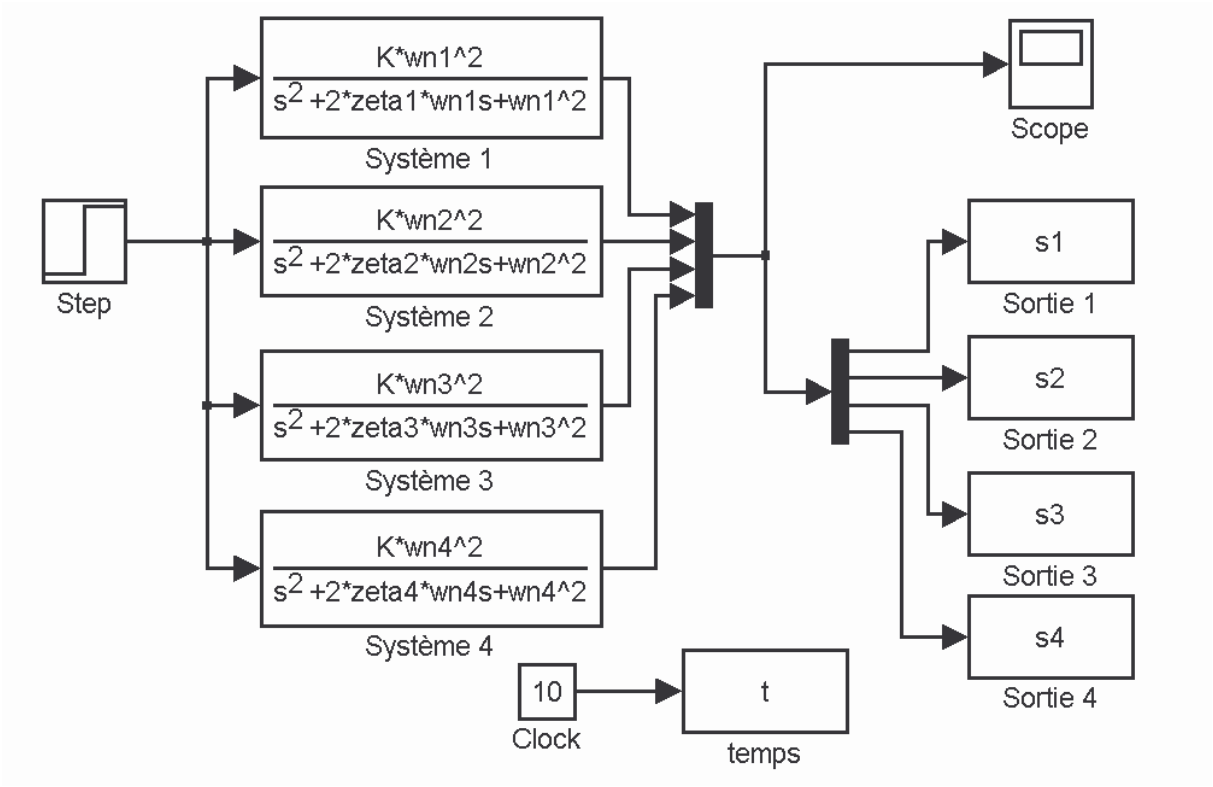
3.1. CALCULS PREPARATOIRES

- Ecrire l'expression de la réponse indicielle de la transmittance $F(p)$ en fonction de K, ζ et de ω_n (3 cas sont possibles selon les valeurs de ζ).
- Positionner les pôles dans le plan complexe « p » selon ces 3 cas.
- Commenter l'allure de la réponse indicielle en fonction de la position des pôles dans le plan complexe.

3.2. INFLUENCE DE ζ

On pose ω_n = 1 rad/s et K = 1. On considère les 4 valeurs ζ = 0.25, 0.7, 1 et 2.

- Réaliser le schéma de simulation.



- Lancer la simulation et relever les réponses indicielles.
- Commentaires.

3.3- INFLUENCE DE ω_n

On pose ζ = 0.25 et K = 1. On considère 4 valeurs pour ω_n = 1, 2, 3 et 4 rad/s

- Lancer la simulation et relever les courbes.
- Commentaires.

4. ANALYSE HARMONIQUE

On considère un système asservi de fonction de transfert en boucle ouverte :

$$FTBO(p) = F_1(p).F_2(p) \quad \text{avec :}$$

$$F_1(p) = K.\frac{1+Tp}{1+0.1Tp} \qquad \text{et} \qquad F_2(p) = \frac{Exp(-\tau p)}{p^2+0.5p+1}$$

4.1. ETUDE PRELIMINAIRE

L'expression $Exp(-\tau p) = e^{-\tau p}$ correspond à la transmittance d'un système apportant un retard pur de τ secondes.

- Tracer le diagramme de BODE asymptotique de $FTBO(j\omega)$ dans les deux cas :

  Cas n°1 : $\tau = T = 0$ s et $K = 3$

  Cas n°2 : $\tau = 0$ s, $T = 0.5$ s et $K = 3$

4.2. DIAGRAMME DE BODE

- Tracer le diagramme de BODE des transmittances correspondant au cas n°1 et n°2.
- Pour les deux cas considérés en déduire les marges de gain et de phase Mg et $M\varphi$. Utiliser la commande **margin(num,den).**

4.3. DIAGRAMME DE BLACK-NICHOLS

- Tracer les diagrammes de BLACK-NICHOLS des transmittances correspondant aux cas n°1 et n°2.
- Retrouver les marges précédentes.
- Que se passe-t-il sur les diagrammes de BODE et de BLACK-NICHOLS si l'on augmente K ?
- Régler $K = K1$ pour obtenir une marge de phase maximum dans le cas n°2.
- Indiquer le rôle de la transmittance $F_1(p)$ en comparant les deux configurations ($K = K1$, $T = 0.5$ s) et ($K = 3$, $T = 0$ s).

5. EFFET D'UN RETARD PUR

On considère $FTBO(p) = F_1(p).F_2(p)$ fonctions définies au § 4.

On adopte le réglage ($K = K1$, $T = 0.5$ s) et on introduit un retard $\tau = 100$ ms.

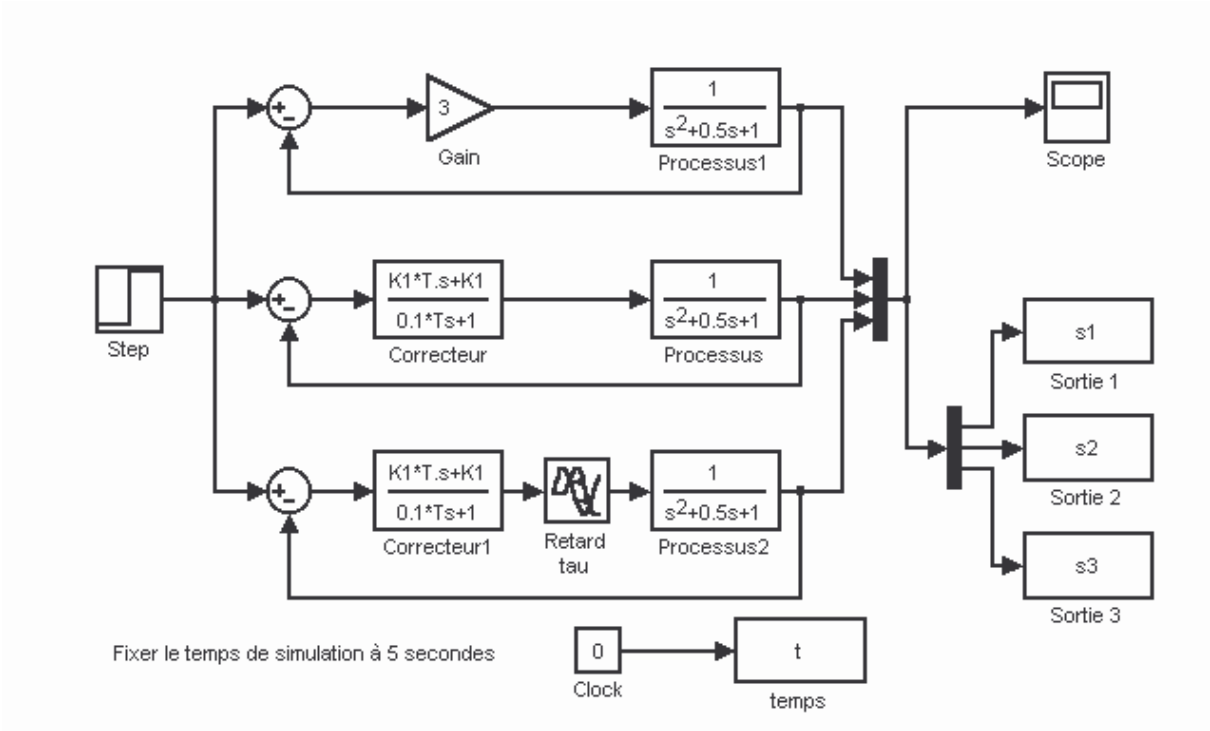
- Donner l'allure du nouveau diagramme de BLACK-NICHOLS.
- Que devient la marge de phase $M\varphi$?

On obtient un système asservi en bouclant la transmittance $FTBO(p)$ par un retour unitaire.

- On réglera les différents paramètres de $FTBO(p)$ selon les configurations suivantes :

	K	T	τ
Cas n°1	3	0 s	0
Cas n°2	$K1$	0.5 s	0
Cas n°3	$K1$	0.5 s	100 ms

- Simuler les processus.



- Relever les signaux de sortie.
- Commenter les résultats obtenus.
- Pour qu'elle valeur τ_{OS} du retard, le système compensé par le correcteur à avance de phase de constante de temps $T = 0.5$ s devient-il juste oscillant ?
- Simuler ce cas particulier.